УДК:373.3:510.6

МАКТАБ МАТЕМАТИКА КУРСИДА НОСТАНДАРТ МАСАЛАЛАРДАН ФОЙДАЛАНИШ

А. Ахлимирзаев, М.К. Мамаджанова, Д.Б. Хожиев, Э.М. Раҳимбердиев

Мақолада умумтаълим мактабларининг математика курсида ўрганиладиган стандарт ва ностандарт масалаларнинг мазмун-моҳияти очиб берилган ҳамда уларнинг математик таълимни амалга оширишдаги ўрни, ўқувчиларга алгебраик ва геометрик мазмундаги стандарт ва ностандарт масалаларни ечиш усуллари баён қилинган. Шунингдек, мақолада масала тушунчаси, унга бўлган турли ёндашувлар, уларнинг бажарадиган функциялари ва турлари бир қатор мисоллар ёрдамида кўрсатилган.

Калит сўзлар: *функция, тенглама, тенгсизлик, матнли масала, стандарт масала, ностандарт масала, амалий масала, математик масала, теорема.*

В статье посредством на конкретных примерах раскрываются содержание и сущность стандартных и нестандартных задач, изучаемых в курсе математики средних общеобразовательных школ, объясняются их роль в реализации математического образования и методы решения алгебраических и геометрических стандартных и нестандартных задач для учащихся. Также посредством ряда примеров проиллюстрировано понятие “задача”, различные подходы к нему, функции, которые она выполняет, и её типы.

Ключевые слова: *функция, уравнение, неравенство, текстовая задача, стандартная задача, нестандартная задача, практическая задача, математическая задача, теорема.*

Фан ва техника жадал суратлар билан ривожланиб бораётган бугунги кунда таълим муассасаларида, жумладан, умумий ўрта таълим мактабларида математика фанини ўқитишни замон талабларига мос ҳолда такомиллаштириш кечиктириб бўлмас долзарб масалалардан бирига айланди. Таълим тизимида туб ислоҳотларнинг мазмунида мактаб математика курсида ўқувчиларга стандарт ва ностандарт масалаларнинг мазмун-моҳиятини очиб бериш муҳим аҳамият касб этмоқда. Айтилган бу вазифанинг бугунги кундаги таълим соҳасидаги устувор масалалардан эканлиги Ўзбекистон Республикаси Президентининг 2019 йил 9 июлдаги “Математика таълими ва фанларини янада ривожлантиришни давлат томонидан қўллаб-қувватлаш, шунингдек, Ўзбекистон Республикаси фанлар академиясининг В.И.Романовский номидаги математика институти фаолиятини тубдан такомиллаштириш тўғрисида”ги ПҚ-4387-сонли қарорида ҳам ўз аксини топган [1].

Маълумки, умумтаълим мактабларининг қуйи синфлариданоқ математика ўқитиш жараёнида масалалардан фойдаланилади. Масалани ечиш эса кўп ҳолларда шу масаланинг математик моделидан иборат тенглама (тенгсизлик, функция)ни тузиш ва уни ечиш (ўрганиш)га келтирилади.

Умумтаълим мактабларининг қуйи синфларида ўрганиладиган масалаларнинг аксарияти матнли масалалардир. Матнли масалаларни кўплаб услубчи олимлар *ҳаракатга доир, қувиб етишга доир, ишга доир, фоизга доир, аралашмага доир, айланма ҳаракатга доир* ва ҳоказо турларга бўлиб ўрганишни тавсия қиладилар.

Маълумки, умумтаълим мактабларида ўқитиш жараёнида ҳар қадамда масала тушунчасига дуч келинади. Шунинг учун ҳам, энг аввало, масаланинг ўзи нима, у қандай функция (вазифа)ларни бажаради ва қандай турларга бўлинади? деган саволларга жавоб беришимиз керак. Масала тушунчасига турли услубчилар турлича таъриф берадилар. Масалан, С.Алихонов масалага “Масала – бу кундалик ҳаётимизда учрайдиган вазиятларнинг табиий тилдаги ифодасидир” [4. Б. 142], деб таъриф беради. Л.М.Фридман ва Е.Н.Турецкийлар эса “Масала – бу берилган ва кўрсатилган шартларни қаноатлантирувчи миқдорни топишдан иборатдир” [11. Б. 6] деган таъриф беради. Ю.М.Колягин тенгламалар, тенгсизликларни ечиш ва ҳисоблашларни талаб қиладиган мисолларни масала деб шартлашамиз [10. Б. 5] деб таъкидлайди.

Масала (мисол)ларни дарс жараёнида қўллаш мақсадига қараб икки гуруҳга ажратиш мумкин:

Биринчи гуруҳ масала (мисол)лар – тушунчаларни шакллантиришга, алгоритмларни мустаҳкамлашга, математик усулларнинг мазмунини тушунтириш ва бевосита қўллашга йўналтирилган бўлади. Бундай масалаларни ечиш таҳлил қилишни, умумлаштиришни талаб этмайди ва нисбатан осонроқ ечилади.

Иккинчи гуруҳ масала (мисол)лар ўрганилган назарий билимларни бевосита амалиётда қўллашга қаратилган бўлади. Бундай масалаларни ечиш жараёнида ўқувчиларнинг назарий билимлари янада мустаҳкамланади.

Умумтаълим мактаблари математика курсида кўриладиган масала (мисол)лар бажарадиган функциясига қараб уч турга бўлинади:

1. Биринчи турдаги масалалар дидактик функцияни бажарадиган масалалар бўлиб, уларни ечиш учун дарс жараёнида ўқувчиларда олинган билимлар етарли бўлади. Бундай турдаги масала(мисол)лар назарий материални тушунтиришни осонлаштиради.
2. Иккинчи турдаги масала (мисол)лар билиш функциясини бажарадиган масалалар бўлиб, уларни ечиш учун битта дарс жараёнида ўқувчида олинган билимлар билан бир қаторда, олдинги дарсларда эгаллаган билим ва кўникмалар ҳам талаб қилинади.
3. Учинчи турдаги масалалар ривожлантирувчи функцияни бажарадиган масала (мисол)лар бўлиб, уларни ечиш учун битта дарсда ёки олдинги дарсларда эгаллаган билимлар билан бир қаторда, ўтган бобларда ва олдинги синфларда олинган билим ва кўникмалар талаб қилинади.

Қуйида ҳар бир турга доир масала (мисол)лардан намуналар келтирамиз.

1-масала. Қуйида берилган 81; 1,3; -5,2; -1,5; 52; 0 сонларнинг модуллари топилсин:

Ечиш: $|81| = 81;\ |1{,}3| = 1{,}3;\ |-5{,}2| = 5{,}2;\ |-1{,}5| = 1{,}5;\quad |52| = 52;\ |0| = 0.$

Бу масалани ечиш учун ҳақиқий соннинг модули таърифини билиш кифоя. Демак, бу масала дидактик функцияни бажарадиган масала экан.

2-масала. А(3,7) В(-7,8), С(-200), *D*(315,6) нуқталарнинг ҳар биридан саноқ бошланадиган нуқтагача бўлган масофа топилсин.

Ечиш: Бу масалани ечиш учун соннинг модули таърифини билиш етарли эмас. Ўқувчилар сонларнинг ҳар бирини сон ўқида белгилашни ва улардан саноқ бошланадиган нуқтагача масофа ниманинг англатишини билишлари керак. Яъни, ўқувчилар *а* ҳақиқий соннинг модули геометрик нуқтаи назардан нимани англатишини билишлари керак. Демак, $|\mathrm{OA}| = |3{,}7| = 3{,}7;\ |\mathrm{OB}| = |-7{,}8| = 7{,}8;\ |\mathrm{OC}| = |-200| = 200; |\mathrm{O}D| = |315{,}6| = 315{,}6.$

Шундай қилиб, бу масала билиш функциясини бажарадиган масала экан.

3-масала. Катетлари 3 ва 4 га тенг бўлган тўғри бурчакли учбурчакка ички ва ташқи чизилган айланалар узунликларининг нисбати топилсин.

Ечиш: Тўғри бурчакли учбурчакнинг катетларини *a* ва *b* билан, гипотенузани с билан белгиласак, у ҳолда $c^2 = a^2 + b^2 = 3^2 + 4^2 = 25$ бўлиб, ундан с= 5 келиб чиқади. У ҳолда учбурчак периметри $p = a + b + c = 3 + 4 + 5 = 12$ бўлади. Учбурчакнинг юзи эса $S = \frac{1}{2}\, a \cdot b = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 = 6$ бўлади. Учбурчакка ички ва ташқи чизилган айланаларнинг радиусларини

$r = \frac{2S}{p}$ ва $R = \frac{abc}{4S}$ формулалардан топамиз. Уларга асосан $r = \frac{2 \cdot 6}{12} = 1$ ва $R = \frac{3 \cdot 4 \cdot 5}{4 \cdot 6} = \frac{5}{2} = 2{,}5$.

Учбурчакка ички ва ташқи чизилган айланаларнинг узунликлари c_1 ва c_2 ларни $c_1 = 2\pi r$; $c_2 = 2\pi R$ лардан топамиз. Уларга, асосан, $c_1 = 2\pi r = 2\pi \cdot 1 = 2\pi$; $c_2 = 2\pi R = 2\pi \cdot 2{,}5 = 5\pi$ бўлиб, уларнинг нисбати

$$\frac{c_1}{c_2} = \frac{2\pi}{5\pi} = \frac{2}{5}\,.$$

Масалани ечиш жараёнини таҳлил қилиб кўрамизки, уни ечиш учун ўқувчилар Пифагор теоремасини, учбурчакнинг периметрини, юзини, учбурчакка ички ва ташқи чизилган айланалар радиусларини ҳамда айлана узунлигини топиш формулаларини билишлари зарур. Демак, бу масала ривожлантирувчи функцияни бажарадиган масала экан.

Математика курсида ечиладиган масала (мисол) шартли равишда уч турга бўлиши мумкин.

1.Объект (манба) характерига нисбатан: амалий ва математик масалалар.

2. Назарияга нисбатан: стандарт ва ностандарт масалалар.

3. Талаб қилинадиганларга нисбатан: топишга доир, ҳисоблашга доир, алмаштиришга доир, ясашга доир, исбот қилишга доир.

Бу ерда келтирилган масалалар ичида ностандарт масалалар математик таълимни амалга оширишда муҳим ўринга эга. Шунинг учун ҳам биз ушбу мақолада умумийтаълим мактаблари математика курсида дуч келинадиган ностандарт масалалар ва уларни ечиш усуллари бўйича тажрибаларимизни баён қиламиз.

Ностандарт масала тушунчасининг моҳиятини ёритишдан аввал стандарт масала тушунчасига тўхталамиз.

Агар берилган масалани олдиндан маълум бўлган қонун-қоидалар асосида ечиш мумкин бўлса, у ҳолда бундай масалани **стандарт масала деб** аталади.

Демак, стандарт масала шундай масала эканки, уни ечиш учун керак бўладиган қонун-қоидалар мавжуд ва улар асосида масалани ечиш дастурини тузиш мумкин бўлар экан. Бу қонун-қоидалар қуйидагилардан иборат:

1. Сўз-қоидаси. Бу қоидага мисол сифатида кўпайтманинг даражасини топиш қоидасини келтириш мумкин.

Кўпайтма даражаси кўпайтувчилар даражаларнинг кўпайтмасига тенг.

Бу қоида кўпайтма даражасини топишга доир ҳар қандай масалаларни ечишнинг қуйидаги дастурини тузиш имконини беради:

1) кўпайтманинг барча кўпайтувчиларини аниқлаш;

2) ҳар бир кўпайтувчининг даражасини аниқлаш;

3) иккинчи қадам натижаларини кўпайтириш.

4-масала. $(3a^2b^3)^4$ топилсин.

Ечиш: 1) Берилган кўпайтма 3, a^2 ва b^3 кўпайтувчилардан иборат;

2) Ҳар бир кўпайтувчининг тўртинчи даражасини топиш:

$3^4 = 81,\ (a^2)^4 = a^8,\ (b^3)^4 = b^{12};$

3) $(3a^2b^3)^4 = 81a^8b^{12}$.

2. Формула-қоида. Бу қоидага мисол сифатида квадрат тенглама илдизларини топиш формуласини келтириш мумкин. У қуйидагича:

$ax^2+bx+c=0,\ a\neq 0$ ва $D\geq 0\ \ (D=b^2-4ac)$ бўлса, унинг илдизлари $x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}$ формуладан топилади. Квадрат тенгламани ечишда қўлланиладиган қадамлар кетма-кетлигини қуйидаги мисолда келтирамиз.

5 -масала. $2x^2-3x+1=0$ тенглама ечилсин.

Ечиш: 1) $a=2\neq 0;\ \ b=-3, c=1;$

2) $D=b^2-4ac=(-3)^2-4\cdot 2\cdot 1=9-8=1>0;$

3) $D=1>0;$

4) $x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}=\frac{3\pm\sqrt{1}}{2\cdot 2}=\frac{3\pm 1}{4};\ \ x_1=1,\ x_2=\frac{1}{2}.$

3. Айният қоида. Бу қоидага мисол сифатида иккиҳад йиғиндисининг квадрати ҳақидаги $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ айниятни келтириш мумкин. Бу ерда амалга ошириладиган қадамлар кетма-кетлигини қуйидаги мисол ёрдамида тушунтирамиз:

6 -масала. $(2a^3-3b^2)^2$ топилсин.

Ечиш: 1) Иккиҳаднинг биринчи ҳади $2a^3$ га тенг;

2) Иккиҳаднинг иккинчи ҳади $-3b^2$ га тенг;

3) Биринчи ҳадининг квадрати $(2a^3)^2=4a^6$ га тенг;

4) Иккинчи ҳадининг квадрати $(-3b^2)^2=9b^4$ га тенг;

5) Биринчи ва иккинчи ҳадлар кўпайтмаси $(2a^3)\cdot(-3b^2)=-6a^3b^2$ га тенг;

6) Кўпайтманинг иккиланган $2\cdot(-6a^3b^2)=-12a^3b^2$ га тенг;

7) 3,4 ва 6 қадамлар йиғиндиси $4a^6-12a^3b^2+9b^4$ га тенг.

4. Теорема-қоида. Математикадаги бир қатор теоремалар берилган математик масалаларни ечишда қоида вазифасини бажаради. Теорема қоидага мисол сифатида Пифагор теоремасини келтириш мумкин:

7-масала. Катетларининг узунликлари 6 ва 8 бўлган учбурчак гипотенузасининг узунлиги топилсин.

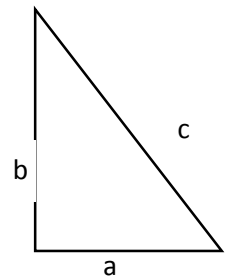
Ечиш: 1) Масала шартига асосан $a=6,\ \ b=8;$

2) $a^2=6^2=36;\quad b^2=8^2=64;$

3) $a^2+b^2=36+64=100;$

4) $c^2=a^2+b^2=100;$

5) $c=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{100}=10.$



1-расм

5. Таъриф-қоида. Баъзи масалаларни ечишда қандайдир тушунчаларнинг таърифлари қоида вазифасини бажариши мумкин. Бунга мисол сифатида қуйидаги таърифни келтириш мумкин:

Таъриф. Бир ўзгарувчили тенгсизликлар системасининг ечими деб, ўзгарувчининг системани ҳар бир тенгсизлигини тўғри тенгсизликка айлантирадиган қийматлари тўпламига айтилади.

Бу қоидани қуйидаги мисол ёрдамида тушунтирамиз:

8-масала. $\begin{cases}7x+3\geq 5x-19,\\ 4x+1\leq 22-3x,\\ 6<x^2-x(x-3)\end{cases}$ система ечилсин.

Ечиш: 1) Системанинг биринчи тенгсизлигини ечамиз:

$7x+3\geq 5x-19,\quad 7x-5x\geq -19-3,\quad 2x\geq -22,\quad x\geq -11,\ [-11;+\infty);$

2) Системанинг иккинчи тенгсизлигини ечамиз;

$$4x+1\leq 22-3x,\ \ 4x+3x\leq 22-1,\ \ 7x\leq 21,\qquad x\leq 3,\ \ (-\infty;3];$$

3) Системанинг учинчи тенгсизлигини ечамиз:

$$6 < x^2 - x(x-3), \quad 6 < x^2 - x^2 + 3x, \quad 3x > 6, \qquad x > 2, \qquad (2; +\infty);$$

$[-11; +\infty)$, $(-\infty; 3]$ ва $(2; +\infty)$ оралиқларнинг умумий қисмини топамиз. $[-11; +\infty) \cap (-\infty; 3] \cap (2; +\infty) = (2; 3]$.

Стандарт масалаларни баъзан анъанавий усул билан ечиладиган масалалар деб ҳам аталади. Стандарт масаланинг асосий белгиси уни ечиш учун математикада умумий қонун ва қоидаларнинг мавжудлиги ҳамда улар асосида масалани ечиш дастурини тузиш мумкинлигидадир.

Агар математика курсидаги бирор масалани ечишнинг аниқ дастурини кўрсатувчи умумий қонун-қоидалар мавжуд бўлмаса, у ҳолда бундай масалани **ностандарт масала** деб аталади.

Умумтаълим мактаблари математика курсининг барча мавзуларини баён қилишда ностандарт масалаларга дуч келамиз. Одатда ностандарт масалаларни ечиш баъзи бир алмаштиришлардан сўнг бир нечта стандарт масалаларни ечишга келтирилади. Қуйида ностандарт масалаларга мисоллар келтирамиз:

9-масала. Ўзгарувчининг қандай қийматида $\frac{y}{y+3}$ ва $\frac{6}{y+3}$ касрлар йиғиндиси уларнинг кўпайтмасига тенг бўлади?

Ечиш: 1) Берилган касрларнинг йиғиндисини топамиз.

$$\frac{y}{y+3} + \frac{6}{y+3} = \frac{y^2 + 3y + 6y - 18}{(y-3)(y-3)} = \frac{y^2 + 9y - 18}{y^2 - 9};$$

2) Берилган касрларнинг кўпайтмасини топамиз:

$$\frac{y}{y+3} \cdot \frac{6}{y+3} = \frac{6y}{y^2-9};$$

3) Ҳосил бўлган касрлар тенг қийматларни қабул қилиши учун y қандай қийматларни қабул қилиши кераклигини аниқлаймиз. Бунинг учун биринчи ва иккинчи қадам натижаларини тенглаймиз.

$$\frac{y^2+9y-18}{y^2-9} = \frac{6y}{y^2-9};$$

$y^2 - 9 \neq 0$, яъни $y \neq \pm 3$ шартда $y^2 + 9y - 18 = 6y$ тенгламани ечамиз. $y^2 + 9y - 18 = 6y$, $y^2 + 3y - 18 = 0$; $y_1 = -6$, $y_2 = 3$.

y нинг топилган қийматларидан $y^2 - 9 \neq 0$ шартни фақат $y = -6$ қаноатлантиради.

Масалани ечиш жараёнини кузатиб, у қуйидаги тўртта стандарт масалани ечишга келтирилганлигини кўрамиз:

1) иккита касрнинг йиғиндисини топиш;
2) иккита касрнинг кўпайтмасини топиш;
3) квадрат тенгламани ечиш;
4) $y^2 - 9 \neq 0$ шартни текшириш.

10-масала. Агар $\sin 37^\circ = a$ бўлса $\sin 16^\circ$ ни a орқали ифодаланг.

Ечиш: 1) $\sin 37^\circ = a$ тенгликнинг ҳар иккала томонини квадратга кўтарамиз: $sin^2 37^0 = a^2$;

2) $sin^2 37^0 = a^2$ ни ҳар иккала томонини 2 га кўпайтирамиз: $2sin^2 37^0 = 2a^2$;

3) $2sin^2 37^\circ = 2a^2$ ни чап томонига $2sin^2\alpha = 1 - cos2\alpha$ формулани қўллаймиз: унга асосан $2\sin^2 37^\circ = 1 - cos74^\circ$ ёки $1 - cos74^\circ = 2a^2$ келиб чиқади: Бундан $cos74^\circ = 1 - 2a^2$.

4) $cos74^\circ = \sin 16^\circ$ бўлгани учун $\sin 16^\circ = 1 - 2a^2$ га эга бўламиз.

11- масала. $(x^2 - 16)(x-3)^2 + 9x^2 = 0$ тенглама ечилсин.

Ечиш: Агар биз берилган тенгламанинг чап томонидаги қавсларни очсак, тўртинчи даражали тенглама ҳосил бўлади ва уни ечиш қийинлашади. *x=3* берилган тенгламанинг илдизи эмаслиги равшан. Шунинг учун берилган тенгламанинг ҳар иккала томонини $(x-3)^2$ га бўлиб, унга тенг кучли бўлган $x^2-16+\frac{9x^2}{(x-3)^2}=0$ ёки $x^2+\frac{9x^2}{(x-3)^2}=16$ тенгламани ҳосил қиламиз. Энди бу тенгламанинг чап томонидан йиғиндини тўла квадратини ажратамиз.

$$(x+\frac{3x}{x-3})^2-2x\cdot\frac{3x}{x-3}=16 \text{ ёки } (\frac{x^2}{x-3})^2-6\cdot\frac{x^2}{x-3}-16=0.$$

Агар $\frac{x^2}{x-3}=y$ деб олсак, у ҳолда y^2-6y-16=0 квадрат тенгламага эга бўламиз. Унинг илдизлари $y_1=-2,$ ва $y_2=8$ лардан иборат. Шундай қилиб, биз $\frac{x^2}{x-3}=-2$ ва $\frac{x^2}{x-3}=8$ лардан иборат 2 та тенгламани ҳосил қилдик. Уларни ечамиз:

$$1)\ \frac{x^2}{x-3}=-2,\ x^2=-2x+6,\ x^2+2x-6=0,\quad x_{1,2}=-1\pm\sqrt{1+6}=$$
$$=-1\pm\sqrt{7};\ x_1=-1+\sqrt{7}\ ,\quad x_2=-1-\sqrt{7}\ .$$

$$2)\ \frac{x^2}{x-3}=8,\ x^2=8x-24,\ x^2-8x+24=0.$$ Бу тенглама ечимга эга эмас.

Жавоб: $-1+\sqrt{7}$ ва $-1-\sqrt{7}$.

12-масала. $\sqrt{x^2+x}+\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}=\sqrt{x+3}$ тенглама ечилсин.

Ечиш: Бу тенгламани ечиш учун дастлаб анъанавий усулдан фойдаланамиз, яъни унинг ҳар иккала томонини квадратга кўтарамиз.

$$(\sqrt{x^2+x}+\sqrt{1+\frac{1}{x^2}})^2=\left(\sqrt{x+3}\right)^2,\ x^2+x+1+\frac{1}{x^2}+2\sqrt{x^2+1+x+\frac{1}{x}}=$$
$$=x+3,\ 2\sqrt{x^2+1+x+\frac{1}{x}}=2-\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right).$$

Бу тенгламанинг ўнг томонидаги қавс ичидаги ифода 2 дан кичик эмас, яъни $x^2+\frac{1}{x^2}\geq 2$. Тенгламанинг чап томони эса доимо манфиймас. Тенглик бажарилиши учун $x^2+\frac{1}{x^2}=2$ бўлиши керак. Бундан эса $x=\pm1$ ни топамиз. Текшириб кўриб, $x=-1$ берилган тенгламанинг қаноатлантиришига ишонч ҳосил қилиш мумкин.

Жавоб: $x=-1$.

13-масала. $\sqrt{x^2-x-1}+\sqrt{1-x-x^2}=x^2+x+2$ тенглама ечилсин.

Ечиш: Агар биз бу тенгламани анъанавий усул билан, яъни ҳар иккала томонини квадратга кўтарсак, берилган тенгламага қараганда анча мураккаб тенгламага дуч келамиз ва уни ечиш янада қийинлашади. Бу тенгламани ечиш учун Коши тенгсизлигидан фойдаланамиз. Унга асосан

$$\sqrt{(x^2-x-1)\cdot 1}\leq\frac{(x^2-x-1)+1}{2}=\frac{x^2-x}{2}\ ;\ \sqrt{(1-x-x^2)\cdot 1}\leq\frac{1-x-x^2+1}{2}==\frac{2-x-x^2}{2}.$$

Буларни эътиборга олсак, $\sqrt{x^2-x-1}+\sqrt{1-x-x^2} \le \frac{x^2-x}{2}+ +\frac{2-x-x^2}{2}=\frac{2-2x}{2}=1-x.$

Демак, берилган тенгламанинг чап томони *1-х* дан катта эмас, яъни

$x^2+x+2 \le 1-x, \quad x^2+2x+1 \le 0, \ (x+1)^2 \le 0.$ Бу тенгсизлик фақат $x=-1$ бўлганда бажарилади.

14-масала. $\sqrt[3]{2x^2+8x+72}+\sqrt[3]{3x^2+12x+12}=\sqrt{12-4x-x^2}$ тенглама ечилсин.

Ечиш: Берилган тенгламанинг чап томонида куб илдизлар, ўнг томонида эса квадрат илдиз бўлгани учун унинг ҳар иккала томонини даражага кўтариш усулини қўллаб бўлмайди. Демак, масала ностандарт масала экан. Шунинг учун бу ерда бошқа усулни қўллаймиз. Кўриш осонки,

$$\sqrt[3]{2x^2+8x+72}=\sqrt[3]{2(x+2)^2+64} \ge \sqrt[3]{64}=4;$$
$$\sqrt[3]{3x^2+12x+12}=\sqrt[3]{3(x^2+4x+4)}=\sqrt[3]{3(x+2)^2} \ge 0;$$
$$\sqrt{12-4x-x^2}=\sqrt{-(x^2+4x-12)}=\sqrt{16-(x+2)^2} \le \sqrt{16}=4.$$

Шундай қилиб, берилган тенгламанинг чап томони *х* нинг ихтиёрий қийматларида 4 дан кичик эмас, ўнг томони эса 4 дан катта эмас. Бу ҳолда тенглик унинг ҳар иккала томони 4 га тенг бўлганда рўй беради. Бу эса *х=-2* да бажарилади.

Жавоб: -2.

15-масала. Илдизлари x_1 ва x_2 $x_1 \ne x_2$ бўлган $x^2+2(k-3)x+9=0$ квадрат тенгламанинг ҳар иккала илдизи (-6;1) оралиқда бўлиши учун *k* қандай бўлиши керак?

Ечиш: Агар биз квадрат тенглама илдизларини топиш формуласидан фойдаланиб, x_1 ва x_2 ларни топиб юқоридаги шартлар бўйича топмоқчи бўлсак, анча мураккаб бўлган иррационал тенгсизликлар системаси ҳосил бўлади ва уни ечиш қийинлашади. Шунинг учун бу ерда қуйидаги теоремадан фойдаланиш қулай бўлади:

Теорема. $f(x)=ax^2+bx+c \ (a>0)$ функция p ва q сонлари орасида ётувчи x_1 ва x_2 илдизларга қуйидаги шартлар бажарилганда ва фақат шу ҳолдагина эга бўлади.

$$\begin{cases} D=b^2-4ac \ge 0, \\ f(p)>0, \\ f(q)>0, \\ p<-\dfrac{b}{2a}<q. \end{cases}$$

Бу теоремага асосан

$$\begin{cases} [2(k-3)]^2-4\cdot 9>0, \\ (-6)^2+2(k-3)\cdot(-6)+9>0, \\ 1^2+2(k-3)\cdot 1+9>0, \\ -6<-(k-3)<1 \end{cases}; \quad \begin{cases} 4k^2-24k+36-36>0, \\ 36-12k+36+9>0, \\ 1+2k-6+9>0, \\ -9<-k<-2. \end{cases};$$

$$\begin{cases} k(k-6)>0, \\ 12k<81, \\ 2k>-4, \\ 2<k<9. \end{cases}; \quad \begin{cases} k<0, \ k>6, \\ k<\dfrac{81}{12} \\ k>-2, \\ 2<k<9. \end{cases}$$

Охирги системанинг ечими $6<k<\frac{81}{12}$ дан иборат.

Жавоб: (6;6,75).

16-масала. $lg(cosx-0{,}5)+lg(sinx-0{,}3)+1=0$ тенглама ечилсин.

Ечиш: $lg10=1$ тенгликдан фойдаланиб, берилган тенгламанинг чап томонига кўпайтманинг логарифми ҳақидаги теоремани қўллаймиз.

$$lg(cosx-0{,}5)+lg(sinx-0{,}3)+lg10=0,$$
$$lg10(cosx-0{,}5)\cdot(sinx-0{,}3)=0.$$

Логарифмнинг таърифига асосан

$10(cosx-0{,}5)\cdot(sinx-0{,}3)=1$ ёки $(cosx-0{,}5)\cdot(sinx-0{,}3)=\frac{1}{10}$ га эга бўламиз.

Тенгламанинг чап томонини ўрта арифметик ва ўрта геометрик орасидаги $ab\le\frac{1}{4}(a+b)^2$ муносабатдан фойдаланиб баҳолаймиз. Унга асосан $(cosx-0{,}5)(sinx-0{,}3)\le(\frac{cosx+sinx-0{,}8}{2})^2\le\left(\frac{\sqrt{2}-0{,}8}{2}\right)^2<(\frac{1{,}42-0{,}8}{2})^2=0{,}31^2<0{,}1.$ Яъни, чап томон ўнг томондан кичик. Бу эса берилган тенгламанинг ечимга эга эмаслигини билдиради.

Масалани ечиш жараёни ўқувчиларнинг ақлий ривожланишига ижобий таъсир кўрсатиб, уни ечиш ақлий операцияларни: анализ ва синтез, конкретлаштириш ва абстрактлаштириш, таққослаш, умумлаштиришни талаб этади. Ўқувчи масалани ечиш жараёнида анализ ёрдамида, саволни масала шартидан ажратади; ечиш режасини тузаётганида эса синтез ёрдамида, у конкретлаштиришдан сўнгра абстрактлаштиришдан фойдаланиб ечиш йўлини аниқлайди.

Биз юқорида кўриб ўтган масалаларнинг ҳар бири: таққослаш, умумлаштириш, абстрактлаштириш, конкретлаштириш, анализ ва синтезлар стандарт мисол ва масалаларни ечишда қўлланилса, ностандарт масалаларни ечиш эса мантиқий фикрлаш фаолияти билан билим ва малакаларни биргаликда қўллашга асослангандир. Шунинг учун ҳам ўқувчиларнинг мантиқий фикрлаш, тафаккур қилиш қобилиятларини шакллантиришда ва ривожлантиришда ностандарт масалаларни ечишни ўргатиш зарур, чунки унда тафаккур қилишни ривожлантириш учун катта имкониятлар мавжуд.

Шундай қилиб, биз ушбу мақолада умумтаълим мактаблари математика курсининг баъзи бир мавзуларини ўрганишда фойдаланиш мумкин бўлган ностандарт масалалардан бир нечта намуналар келтирдик. Буларга ўхшаш ностандарт масалаларга математика курсининг барча мавзуларини ўрганишда тўхталиш мумкин. Ностандарт масалаларни ечиш жараёнида ўқувчиларнинг ижодий фикрлаш қобилиятлари янада ривожланади ва таълим самарадорлиги ортади. Шунинг учун ҳам ўқитувчи дарс жараёнида ва дарсдан ташқари машғулотларда ностандарт масалалардан тизимли фойдаланишлари керак бўлади.

Адабиётлар:

1. Ўзбекистон Республикаси Президентининг 2019 йил 9 июлдаги “Математика таълими ва фанларини янада ривожлантиришни давлат томонидан қўллаб қувватлаш, шунингдек, Ўзбекистон Республикаси Фанлар Академиясининг В.И.Романовский номидаги математика институти фаолиятини тубдан такомиллаштириш тўғрисида” ги ПҚ-4387-сонли қарори. // Ўзбекистон Республикаси Қонун ҳужжатлари маълумотлари миллий базаси, 2019. 07/19/4387/3397-сон. [Интернет манба]. URL: https://lex.uz/docs/4409503 (Мурожаат этилган сана: 02.08.21)

2. Ўзбекистон Республикаси Президенти Ш.М.Мирзиёевнинг Олий Мажлисга Мурожаатномаси // Янги Ўзбекистон, 2020 йил 25 январь.

3. Ўзбекистон Республикаси Президентининг 2017 йил 7 февралдаги “Ўзбекистон Республикасини янада ривожлантириш бўйича ҳаракатлар стратегияси тўғрисида”ги ПФ-4947-сонли фармони. [Интернет манба]. URL: https://lex.uz/docs/-3107036 (Мурожаат этилган сана: 20.08.21)

4. *Alixonov S*. Matematika o‘qitish metodikasi. – Tashkent: “Tafakkur-bo‘stoni”, 2011. – 385 b.

5. *Axlimirzayev A, Xaliqov F, Raximberdiyev E, Ashurov D*. Tenglama va tengsizliklar. – Andijon: “Andijon nashriyot-matbaa” MChJ, 2016. – 132 b.

6. *Axlimirzayev A, Mamadaliyeva N, Xojiyev D, Erkinjonova Sh*. Irratsional tenglama va tengsizliklar. – Tashkent: “Innovatsiya-ziyo” 2019. – 128 b.

7. *Василевский А.Б*. Обучение решению задач по математике. – Минск: Высшая школа, 1988. – 255 с.

8. *Крамор В.С*. Повторяем и систематизируем школьный курс алгебры и начал анализа. – Москва: Просвещение, 1990. – 416 с.

9. *Шувалова Э.З., Агафонов Б.Г., Богатырев Г.И*. Повторим математику. – Москва: Высшая школа, 1969. – 464 с.

10. *Колягин Ю.М.* Учись решать задачи. – Москва: Просвещение, 1980. – 98 с.

11. *Фридман Л.М., Турецкий Э.Н.* Как научиться решать задачи. – Москва: Просвещение, 1989. – 192 с.

12. Mamadjanova M.K. Modeling in the Process of solving logic problems. // International Journal of scientific &Technology Research (IJSTR). Vol.9. Issue 3. Pp. 5953–5956.

USE OF NON-STANDARD PROBLEMS IN SCHOOL MATHEMATICS COURSE

A.Akhlimirzaev[1], M.K.Mamadjanova[1], D.B. Xojiev[2], E.M. Rakhimberdiev [3]

Ilmiy xabarnoma. Seriya: Pedagogik tadqiqotlar – Scientific Bulletin. Series: Pedagogical Research. 2021. 6(58). 41–51.

[1,2]Andijan State University, Andijan, 170100, str., University, 129 (Uzbekistan). E-mail: agsu_info@edu.uz
[3]Academic lyceum Andijan Mechanical Engineering Institut, Andijan, 170119, str., Bobur shox, 56 (Uzbekistan) E-mail: info@andmiedu.uz

Keywords: function, equations, inequalities, word problem, standard problem, non-standard problem, practical problem, mathematical problem, theorem

It is well known that the concept of matter is given a wide place in the general secondary school mathematics course. Each issue consists of two parts: conditions and requirements, i.e. questions. The condition of the problem provides information about the objects and the quantities that describe them, the known and unknown values of these objects and the relationship between them.

The article presents the concept of the problem, different approaches to it, their functions and types. The first type of problems are those that perform a didactic function, and to solve them, the knowledge contained in the students during the lesson will be sufficient. These types of issues make it easier to explain the theoretical material. The second type of problem is a cognitive problem, the solution of which requires the knowledge and skills acquired in previous lessons, as well as the knowledge contained in the student in a single lesson. The third type of problem is the one that performs a developmental function and requires the knowledge and skills acquired in previous chapters or previous classes as well as the knowledge contained in a single lesson or previous lessons to solve them.

Solving a problem means fulfilling the demand of the problem (answering its question) through a logically correct sequence of actions and operations on the numbers, quantities, relationships that are directly or indirectly present in it.

The article seeks to shed light on the content of the standard and non-standard issues studied in the mathematics course of general secondary schools. The standard problem is that there are certain legal rules to solve it, based on them, you can create a problem-solving program. Examples are the word rule, the formula rule, the identity rule, the theorem rule, and the definition rule. An example of these rules is given in the article: the degree of multiplication is equal to the product of the levels of the multipliers (the rule of definition);

The square of the hypotenuse of a right triangle is equal to the sum of the squares of the legs (Rule of Theorem);

The roots of the equations $ax^2 + bx + c = 0,\ a \neq 0 \text{ and } D \geq 0\ \ (D = b^2 - 4ac)$ are found from the formula $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$ (formula rule);

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ identity (rule of identity);

The solution of a system of inequalities with one variable is said to be the set of values of the variable that converts each inequality of the system into a correct inequality (definition rule);

There are also problems in the mathematics course where certain laws are not enough to solve them. Such issues are called non-standard. Solving such problems requires creativity from students. The article provides examples of non-standard issues.

In this article, we have provided several examples of non-standard issues that can be used in the study of some topics of the general secondary school mathematics course. Non-standard issues like these can be addressed in the study of all topics in a mathematics course. In the process of solving non-standard problems, students' creative thinking skills are further developed and educational effectiveness is increased. Therefore, the teacher will need to systematically use non-standard issues in the classroom and in extracurricular activities.

References:

1.O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2019-yil 9-iyuldagi “Matematika ta’limi va fanlarini yanada rivojlantirishni davlat tomonidan qo‘llab-quvvatlash, shuningdek, O‘zbekiston Respublikasi Fanlar Akademiyasining V.I.Romanovskiy nomidagi matematika instituti faoliyatini tubdan takomillashtirish to‘g‘risida”gi PQ-4387-sonli Qarori (2019) [Presidential Decree of July 9, 2019 ‘State support for further development of mathematical education and science; Decision No. PP-4387 "On radical improvement of the activity of the Romanovsky Institute of Mathematics’]. O‘zbekiston Respublikasi Qonun hujjatlari ma’lumotlari milliy bazasi [National Database of Legislation of the Republic of Uzbekistan]. 07/19/4387/3397-son. [Online].URL: https://lex.uz/docs/4409503 (Date of access: 02.08.21)

2. O‘zbekiston Respublikasi Prezidenti Sh.M.Mirziyoyevning Oliy Majlisga Murojaatnomasi (2020) [President of the Republic of Uzbekistan Sh.M.Mirziyoev's appeal to the Oliy Majlis]. Yangi O‘zbekiston. January 25.

3.O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2017 yil 7 fevraldagi “O‘zbekiston Respublikasini yanada rivojlantirish bo‘yicha Harakatlar strategiyasi to‘g‘risida”gi PF-4947-son Farmoni (2017) [The Decree of the President of the Republic of Uzbekistan dated February 7, 2017 ‘On the Strategy of actions for Further Development of the Republic of Uzbekistan’ No PD-4947. [Online].URL: https://lex.uz/docs/-3107036. (Date of access: 20.08.21)

4. Alikhonov, S. (2011) *Matematika o‘qitish metodikasi* [Methods of teaching mathematics]. Tashkent: “Tafakkur-bo‘stoni”.

5. Akhlimirzaev, A, Khalikov, F (et.al.) (2016) *Tenglama va tengsizliklar* [Equations and inequalities]. Andijan: “Andijon nashriyot-matbaa”.

6. Akhlimirzaev, A, Mamadalieva, N. (2019) *Irratsional tenglama va tengsizliklar* [Irrational equations and inequalities]. Tashkent: “Innovatsiya-ziyo”.

7. Vasilevskij, A.B. (1988) *Obuchenie resheniyu zadach po matematike* [Learning to solve problems in mathematics]. Minsk: Vysshaya shkola.

8. Kramor, V.S. (1990) *Povtoryaem i sistematiziruem shkol'nyj kurs algebry i nachal analiza* [We repeat and systematize the school course of algebra and the beginnings of analysis]. Moscow: Prosveshchenie.

9. Shuvalova, E.Z., Agafonov, B.G., Bogatyrev, G.I. (1969) *Povtorim matematiku* [Let's repeat the maths]. Moscow: Vysshaya shkola.

10. Kolyagin, Yu.M. (1980) *Uchis' reshat' zadachi* [Learn to solve problems]. Moscow: Prosveshchenie.

11. Fridman L.M., Tureckij E.N. (1989) *Kak nauchit'sya reshat' zadachi* [How to learn to solve problems]. Moscow: Prosveshchenie.

12. Mamadjanova M.K. Modeling in the Process of solving logic problems. *International Journal of scientific &Technology Research (IJSTR)*. Vol. 9. Issue 3. Pp. 5953-5956.

Муаллифлар ҳақида маълумот:

АХЛИМИРЗАЕВ Ахмаджон – педагогика фанлари номзоди, Андижон давлат университети Математика кафедраси профессори. E-mail: a-ahm@mail.ru

МАМАДЖАНОВА Маъмурахон Кадиржановна – педагогика фанлари бўйича фалсафа доктори (PhD), Андижон давлат университети Математика кафедраси катта ўқитувчиси. E-mail: mamura.mamadjanova1981@mail.ru

ХОЖИЕВ Дилмурод – Андижон давлат университети қошидаги академик лицейи олий тоифали математика ўқитувчиси.

РАҲИМБЕРДИЕВ Элдор Махаммаджонович – Андижон машинасозлик академик лицейи олий тоифали математика фани ўқитувчиси. E-mail: raximberdiyev-eldorbek@gmail.com