UDK 51-74

TEXNIKA OLIY O‘QUV YURTLARIDA OLIY MATEMATIKA KURSINING AMALIY YO‘NALISHINI KUCHAYTIRISH MASALALARI

F.T. Jamolova, A. Axlimirzayev, G. Sodiqova, Sh. Axmedov

Maqola texnika oliy o‘quv yurtlarida o‘qitiladigan oliy matematika kursining amaliy yo‘nalishini kuchaytirish masalalariga bag‘ishlangan bo‘lib, unda dastlab bunday masalalar bugungi kundagi eng dolzarb masalalardan biri ekanligi va bu masalani amaldagi yechimi matematik ta’limni samarali bo‘lishini ta’minlashda muhim ahamiyatga ega ekanligi ta’kidlangan. Bundan tashqari unda oliy matematikani o‘qitish jarayonida qo‘llaniladigan tatbiqiy masalalarning bajaradigan funksiyalari bo‘yicha fikrlar bayon qilingan.

Kalit so‘zlar: *funksiya, funksiyaning hosilasi, funksiyaning limiti, aniqmas integral, aniq integral, differensial tenglama, ikki o‘lchovli integral, egri chiziqli integral, sirt integrali.*

Статья посвящена вопросам усиления прикладной направленности курса высшей математики, преподаваемого в высших технических учебных заведениях, в ней изначально утверждается, что подобные вопросы являются одними из наиболее актуальных на сегодняшний день и подчёркивается, что практическое решение этих вопросов будет иметь важное значение в обеспечении эффективности математического образования. Кроме того, в ней изложены мнения о функциях прикладных задач, используемых в преподавании высшей математики.

Ключевые слова: *функция, производная функции, предел функции, неопределенный интеграл, определенный интеграл, дифференциальное уравнение, двойной интеграл, криволинейный интеграл, поверхностный интеграл.*

Respublikamiz mustaqil bo‘lgandan so‘ng barcha sohalarda bo‘lgani kabi ta’lim sohasida ham muhim islohotlar amalga oshirildi. Islohotlarning asosiy maqsadi rivojlanayotgan mamlakatlarda tayyorlanayotgan mutaxassislardan qolishmaydigan, raqobatbardosh mutaxassislarni tayyorlashdan iborat. Qo‘yilgan vazifani amalga oshirish ta’lim tizimining barcha bo‘g‘inlarida, jumladan, oliy ta’lim tizimida matematikani o‘qitishni zamon talablariga mos holda takomillashtirishni taqozo etadi. Chunki bugungi kunda qay bir sohada bo‘lmasin, mutaxassislardan puxta matematik bilimga ega bo‘lish talab qilinadi. Shunga ko‘ra, barcha ta’lim muassasalarida, jumladan, texnik yo‘nalishdagi oliy ta’lim muassasalarida o‘qitiladigan oliy matematika fanini o‘qitishni takomillashtirish zarurati mavjud. Bu borada respublikamiz prezidenti tomonidan 2019-yil 9-iyulda alohida qaror ham qabul qilindi [1]. Qarorda respublikamizda matematik ta’lim va matematika fanlarini yanada rivojlantirish bo‘yicha vazifalar qo‘yilgan. Texnik yo‘nalishdagi oliy o‘quv yurtlarida o‘qitiladigan oliy matematika fanining amaliy yo‘nalishini kuchaytirish masalasi ham mazkur qarorda qo‘yilgan vazifalardan biridir.

Matematikani o‘qitishning amaliy yo‘nalishi va uni kuchaytirish masalasi asosan XX asrning ikkinchi yarmidan boshlab matematik ta’limni amalga oshirishdagi asosiy vazifalardan biriga aylandi. Bu borada respublikamizda, MDX davlatlarida hamda bir qator rivojlangan davlatlarda ko‘plab uslubchi olimlar ilmiy tadqiqot ishlari olib bormoqdalar. Bu tadqiqot ishlarining ba’zilarida umumiy o’rta ta’lim maktablarida o‘qitiladigan matematika kursining amaliy yo‘nalishini kuchaytirishda tatbiqiy masalalar muhim o‘ringa ega ekanligi ta’kidlangan bo‘lsa, ya’ni ba’zilarida nazariy materiallarning o‘rni muhim ekanligi qayd etiladi.

Ayrim uslubchi olimlar oliy o‘quv yurtlarida o‘qitiladigan matematika kursining amaliy yo‘nalishi va uni kuchaytirish masalalari bilan shug‘ullanganlar. Masalan A.D.Mishkis amaliy matematikani o‘qitish, S.M.Nikolskiy matematik analiz elementlarini o‘qitish, E.V.Aleksandrova qishloq xo‘jaligi yo‘nalishidagi oliy o‘quv yurtlarida ehtimollar nazariyasi va matematik statistika fanini o‘qitish, T.C.Nishonov oliy o‘quv yurtlarining iqtisodiy yo‘nalishlarida ehtimollar nazariyasi va matematik statistika fanini o‘qitish, I.A.Zaytsev esa qishloq xo‘jaligi yo‘nalishidagi oliy o‘quv yurtlarida oliy matematika kursini o‘qitish jarayonida uning amaliy yo‘nalishini kuchaytirish masalalari bilan shug‘ullanganlar.

Matematikani o‘qitishning amaliy yo‘nalishini kuchaytirish masalalariga bag‘ishlangan ilmiy tadqiqot ishlari qanchalik ko‘p bo‘lmasin, ular asosan umumiy o‘rta ta’lim maktablari hamda oliy o‘quv yurtlarining qishloq xo‘jaligi va iqtisodiy yo‘nalishlarida matematikani o‘qitishning amaliy yo‘nalishi va uni kuchaytirish masalalariga bag‘ishlangan. Shuning uchun ham bugungi kunda texnik yo‘nalishdagi oliy o‘quv yurtlarida o‘qitiladigan oliy matematika fanining amaliy yo‘nalishini kuchaytirish masalasi dolzarb masalalardan biri ekanligicha qolmoqda.

Matematikani o‘qitishning amaliy yo‘nalishi tushunchasiga ham uslubchi olimlar turlicha ta’rif beradilar. Masalan, Yu.M.Kolyagin va V.V.Pikanlarning fikricha, matematikani o‘qitishning amaliy yo‘nalishi – bu umumiy o‘rta ta’lim maktablarida matematika o‘qitishdan ko‘zda tutilgan o‘quv materiallarining ko‘lami, ta’lim jarayonida uning boshqa fanlar bilan aloqasini ta’minlash, kishilar mehnat faoliyati hamda kundalik turmush jarayonida duch keladigan vaziyatlarni yorituvchi masalalarni yechishga yo‘naltirib o‘qitishdan iboratdir. N.R.G‘aybullayev esa “umumiy o‘rta ta’lim maktablarida matematikadan amaliy va laboratoriya ishlarini samarali tashkil qilish matematikaning tatbiqiy yo‘nalishini kuchaytirishda asosiy omil bo‘lib xizmat qiladi”, deb ta’kidlaydi Umumiy o‘rta ta’lim maktablarida matematikani o‘qitish jarayonida qo‘llaniladigan tatbiqiy masalalar uning amaliy yo‘nalishini kuchaytirishda eng muhim vosita ekanligini ko‘plab uslubchi olimlar ta’kidlaganlar. Tatbiqiy masala tushunchasiga ham ko‘plab uslubchi matematiklar turlicha ta’rif beradilar. N.A.Tereshin tomonidan berilgan tatbiqiy masala tushunchasiga ta’rif boshqa uslubchilar tomonidan berilgan ta’riflarga nisbatan ancha mukammalroqdir. Uning fikricha: “Tatbiqiy masala – bu matematikadan boshqa fanlar tomonidan qo‘yilgan va matematik usullar bilan yechiladigan masaladir” [12. B. 7]. Bu ta’rifga amaliy yondashadigan bo‘lsak, tatbiqiy masalalarni quyidagi yo‘nalishlarga bo‘lish mumkin:

1. Fanlararo aloqadorlikni ta’minlaydigan tatbiqiy masalalar.
2. Amaliy-kasbiy mazmundagi masalalar.

Birinchi guruhga kiruvchi tatbiqiy masalalarni shartli ravishda quyidagi turlarga bo‘lish mumkin:

- yangi tushunchani kiritishga olib keluvchi masalalar;
- yangi tushunchani mustahkamlovchi masalalar.

Ikkinchi guruhga kiruvchi masalalarning mazmun-mohiyati talabalar kelgusida egallaydigan mutaxassisliklar bilan bog‘liq bo‘ladi.

Muhandislar tayyorlaydigan oliy o‘quv yurtlarida oliy matematika fanini o‘qitish jarayonida o‘rganiladigan masalalar ta’lim tizimining quyi bo‘g‘inlarida matematika fanini o‘qitish jarayonida o‘rganiladigan masalalar kabi quyidagi vazifalarni bajaradi:

1. Didaktik funksiyani bajaruvchi masalalar.
2. Bilish funksiyasini bajaruvchi masalalar.
3. Rivojlantiruvchi funksiyani bajaruvchi masalalar.

Muhandislar tayyorlaydigan oliy ta’lim muassasalarida oliy matematikani o‘qitishda matematika fani bilan unga yaqin fanlar orasidagi aloqani ta’minlashga xizmat qiladigan tatbiqiy masalalardan muntazam ravishda foydalanish lozim. Bu bo‘lg‘usi muhandislarning zarur bilimlarni o‘zlashtirishi, mehnat faoliyatiga tayyorlanishi, kelgusida egallaydigan kasblarida oliy matematikaning ahamiyatini tushunishiga yordam beradi. Bu esa texnik yo‘nalishdagi oliy o‘quv yurtlarida oliy matematikani o‘qitish jarayonida tatbiqiy masalalardan tizimli foydalanish kerakligini ko‘rsatadi. Tatbiqiy masalalarni professor-o‘qituvchi o‘zi tanlashi yoki tuzishi mumkin. Bunday masalalarni tanlashda talabaning kelgusida egallaydigan mutaxassisligini e’tiborga olish lozim. Bunda albatta muhandislik va mutaxassislik fanlari o‘qituvchilari bilan hamkorlik qilish kerak bo‘ladi.

Muhandislar tayyorlaydigan oliy o‘quv yurtlarida oliy matematikadan tatbiqiy masalalarni tanlash yoki tuzishda fan o‘qituvchisi quyidagilarga amal qilishi kerak:

- professor-o‘qituvchi tomonidan tanlab olingan yoki mustaqil tuzilgan tatbiqiy masalalar o‘qitilayotgan oliy matematika fanining dasturiga mos kelishi;
- tanlangan yoki tuzilgan tatbiqiy masala fan, texnika va ishlab chiqarishning eng so‘nggi yutuqlarini o‘zida aks ettirishi;
- tatbiqiy masalalar talabalarga oldindan tanish bo‘lgan ma’lumotlar asosida, imkon darajasida talaba yashaydigan hudud (shahar, qishloq)da joylashgan ishlab chiqarish korxonalaridagi aniq bir kasb egalari faoliyatini yoritishi;
- tatbiqiy masalalarning shartida talabalar uchun notanish bo‘lgan terminlar bo‘lmasligi, qisqa va tushunarli bo‘lishi, shuningdek, talaba kelgusida egallaydigan kasb bilan bog‘liq bo‘lishi;

- aniq materiallar asosida tuziladigan tatbiqiy masalalar qiyinlik darajasi bo‘yicha yo‘nalish uchun tavsiya etilgan o‘quv adabiyotlaridagi masalalardan farq qilmasligi;

- tatbiqiy masalalar turli (geometrik, fizik, kimyoviy, mexanik, iqtisodiy va hokazo) mazmunda bo‘lishi;

- tatbiqiy masalalarda uchraydigan kattaliklarning miqdorlari amalda uchraydigan kattaliklar bilan mos kelishi;

- tatbiqiy masalalarni yechishga talabalar mavzu bo‘yicha yetarlicha nazariy bilimlarni egallaganlaridan so‘nggina o‘tish kerak.

Texnik yo‘nalishdagi oliy o‘quv yurtlarida o‘qitiladigan oliy matematika kursi mazmunini tahlil qilish natijasida undagi funksiya, hosila, differensial, integral (aniqmas integral, aniq integral, karrali integrallar, sirt integrallari, egri chiziqli integral), ehtimollar nazariyasi va matematik statistika kabi bo‘limlar bo‘yicha tatbiqiy masalalarni ko‘rish imkoniyatlari mavjud.

Masalan, fan va texnikaning bir qator masalalarini yechish $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}$(bu yerda Δy – funksiya orttirmasi, Δx – argument orttirmasi) ko‘rinishidagi limitni hisoblashga keltiriladi. Quyida bunday masalalardan ba’zilarini keltiramiz:

- to‘g‘ri chiziq bo‘yicha notekis harakat qilayotgan jismning ixtiyoriy t vaqtdagi tezligini topish masalasi;

- bir jinsli bo‘lmagan sterjenning berilgan nuqtasidagi chiziqli zichligini topish masalasi;

- kimyoda berilgan *t* vaqtdagi kimyoviy reaksiya tezligini topish masalasi va hokazo.

Amaliyotning bir qator masalalari (radioaktiv yemirilish masalasi, jism haroratining uni o‘rab turgan muhitda sovishi, aholi sonining o‘sishi masalasi, induktivlik va qarshilikka bog‘liq holda zanjirdagi tokning o‘zgarishi va hokazo)

$$f'(x) = kf(x)$$

ko‘rinishdagi munosabatga olib keladi.

Bir qator masalalar, jumladan, geometriyada egri chiziqli trapetsiya yuzasini topish masalasi, fizikada o‘zgaruvchan kuchning bajargan ishini topish masalasi, iqtisodiyotda ishlab chiqarilgan mahsulot hajmini aniqlash kabi masalalar

$$\lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n} f(\xi_i)\Delta x_i$$

ko‘rinishdagi limitni hisoblashga keltiriladi.

Xuddi shular kabi amaliyotning bir qator masalalarini yechish karrali, egri chiziqli va sirt integrallarini kiritishga olib keladi.

Shunday qilib, amaliyotning bir qator tatbiqiy masalalarini yechish yangi bir matematik tushunchalar (hosila, integral, differensial tenglama, karrali integral, egri chiziqli integral, sirt integrali)ning kiritilishiga turtki bo‘lgan ekan. Bunday masalalarni yechish jarayonida talabalarda eng avvalo ilmiy dunyoqarash shakllanadi, ularda matematika bilan tabiiy borliq orasidagi aloqadorlik, oliy matematika bilan boshqa fanlar (fizika, kimyo, mexanika, muhandislik va ixtisoslik) orasidagi bog‘liqlik bo‘yicha bilimlar shakllanadi.

Texnik yo‘nalishdagi oliy o‘quv yurtlarida oliy matematika kursini o‘qitish jarayonida ko‘riladigan tatbiqiy masalalarni shartli ravishda quyidagi turlarga bo‘lish mumkin:

- yangi tushunchani kiritishga olib keluvchi tatbiqiy masalalar;

- yangi nazariy bilimlarni mustahkamlagan holda uning tatbiqiy yo‘nalishini ko‘rsatuvchi va talabalarni ijodiy izlanishga yo‘llovchi, ya’ni o‘rganilganlarni mustahkamlovchi masalalar;

- o‘tilgan mavzuni talabalar tomonidan mustahkam egallanishini ta’minlovchi, biror bob yoki butun kursni takrorlashda foydalaniladigan masalalar. Bunday masalalar odatda rivojlantiruvchi xarakterdagi masalalar deb ham ataladi.

Quyida har bir turga doir masalalardan namunalar keltiramiz.

Biror qattiq jismning to‘g‘ri chiziqli harakatini, masalan, yuqoriga tik (vertikal) otilgan toshning harakatini, yoki dvigatel silindridagi porshen harakatini va shunga o‘xshash harakatlarni tekshiramiz. Jismning konkret o‘lchamlarini va shaklini e’tiborga olmay, uni harakat qiluvchi *M* nuqta deb tasavvur qilamiz. Harakat qiluvchi

nuqtani uning biror boshlang'ich *M* holatdan hisoblanadigan s masofa t vaqtga bog'liq bo'ladi, ya'ni s masofa *t* vaqtning funksiyasi bo'ladi:

$$s = f(t) \ (1)$$

Faraz qilaylik, harakat qiluvchi *M* nuqta t vaqtning biror momentida M_0 boshlang'ich holatdan s masofada bo'lsin. Undan keyingi biror $t + \Delta t$ momentda esa nuqta boshlang'ich $s + \Delta s$ masofada bo'lib, *M* holatni olgan bo'lsin (1-rasm).

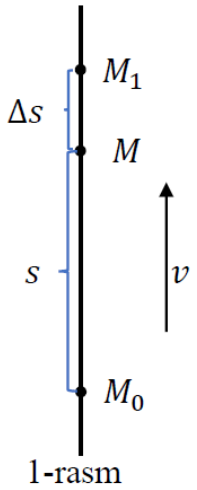
Shunday qilib, Δt vaqt oralig'ida s masofa, Δs miqdorga o'zgaradi. Bu holda Δt vaqt oralig'ida s miqdor Δs orttirma oldi deyiladi.

Endi biz $\frac{\Delta s}{\Delta t}$ nisbatni qaraymiz. Bu nisbat nuqta harakatining Δt vaqtdagi o'rtacha tezligini beradi:

$$v_{o'rt} = \frac{\Delta s}{\Delta t} \ (2)$$

O'rtacha tezlik *M* nuqta harakatining t momentdagi tezligini aniq xarakterlamaydi. O'rtacha tezlik nuqta harakatining t momentdagi haqiqiy tezligini aniqlash uchun Δt ning yetarlicha kichik qiymatini olishimiz kerak. Ya'ni $v_{o'rt}$ ning $t \to 0$ dagi limitini olishimiz kerak.

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} \ (3)$$



1-rasm

Bu (3) tenglikni boshqacha yozishimiz mumkin:

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{f(t + \Delta t) - f(t)}{\Delta t} \ (4)$$

Endi $s = \frac{gt^2}{2}$ formula bo'yicha harakat qilayotgan jismning ixtiyoriy *t* moment-dagi tezligini topish bilan shug'ullanaylik .

Ma'lumki *t* momentda $s = \frac{gt^2}{2}$ ga, $t + \Delta t$ momentda esa

$$s + \Delta s = \frac{g(t + \Delta t)^2}{2} = \frac{g(t^2 + 2t \cdot \Delta t + \Delta t^2)}{2};$$

Δs ni topamiz:

$$\Delta s = \frac{g(t^2 + 2t \cdot \Delta t + \Delta t^2)}{2} - \frac{gt^2}{2} = gt \cdot \Delta t + \frac{g\Delta t^2}{2};$$

$\frac{\Delta s}{\Delta t}$ nisbatni topamiz:

$$\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{gt \cdot \Delta t + \frac{g\Delta t^2}{2}}{\Delta t} = gt + \frac{g\Delta t}{2}.$$

Ta'rifga asosan,

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \left(gt + \frac{g\Delta t}{2} \right) = gt.$$

Shunday qilib, t vaqtning istalgan momentidagi tezligi $v = gt$ ga teng bo'lar ekan. Agar vaqtning biror $t = 5 \ sek$ dagi tezligini topish talab qilingan bo'lsa, bu holda u quyidagiga teng bo'ladi:

$$v|_{t=5} = g \cdot 5 = 9.8 \cdot 5 = 49 \ m/sek$$

Xuddi shunday bir jinsli bo‘lmagan sterjenda massa umumiy holda $m = f(l)$ qonun bo‘yicha taqsimlanganda, uning ixtiyoriy l nuqtasidagi chiziqli zichligini topish masalasi, $y = f(x)$ tenglama bilan berilgan uzluksiz egri chiziqning ixtiyoriy $M_0(x_0; y_0)$ nuqtasiga o‘tkazilgan urinmaning burchak koeffitsiyentini topish masalasi, vaqtning biror t paytidagi mikroorganizm ko‘payishining samaradorligini aniqlash masalasi, harajatlarning ma’lum miqdoridagi olingan mahsulot hajmining o‘zgarish tezligini topish kabi masalalar ham ularning fizik, geometrik, biologik, iqtisodiy ma’nolaridan qat’i nazar bir xil, ya’ni funksiya orttirmasini argument orttirmasiga nisbatining argument orttirmasi nolga intilgandagi limitini topishga keltiriladi. Shuning uchun bu kabi nisbatlarni va ularning limitlarini hisoblashni o‘rganish muhim ahamiyatga ega.

Tabiatshunoslikda ko‘plab masalalar ularning matematik modeli bo‘lgan funksiyalarning o‘zgarish tezligini hisoblash bilan yechiladi. Masalan, aylanayotgan jismning burchak tezligini topish, qizdirilayotgan jism kengayishining chiziqli koeffitsiyentini hisoblash, vaqtning berilgan paytdagi kimyoviy reaksiya tezligini hisoblash va hokazo masalalarni yechish ularning matematik modelidan iborat bo‘lgan funksiyalarning o‘zgarish tezligini topishni talab qiladi. Fan va texnikada funksiyalarning o‘zgarish tezligini hisoblashga yoki boshqacha aytganda, funksiya orttirmasini argument orttirmasiga nisbatining argument orttirmasi nolga intilgandagi limitini hisoblashga keltiriladigan masalalarning benihoyat ko‘pligidan bunday limitni ixtiyoriy funksiya uchun ajratib olib, uning asosiy xossalarini o‘rganish zarur bo‘ladi. Bunday limit funksiyaning hosilasi deyiladi.

Shunday qilib, yuqorida keltirilgan va ularga o‘xshash ko‘plab amaliy masalalarni yechish hosila tushunchasining kiritilishiga turtki bo‘lgan, degan xulosaga kelamiz. Hosila tushunchasi kiritilgandan so‘ng uning yordamida yana ko‘plab amaliy masalalarni yechish mumkin.

Hosila tushunchasi mukammal o‘zlashtirilgandan so‘ng uning yordamida turli xil mazmundagi ekstremal (funksiyaning eng katta va eng kichik qiymatlarini topishga olib keluvchi) masalalarni yechish mumkin. Bundan tashqari, undan arxitektura, yo‘lsozlik va qurilish ishlarida muhim ahamiyatga ega bo‘lgan tushunchalar – egri chiziqning egriligi va egrilik radiusi tushunchalarining mazmun-mohiyatini ochib berishda ham foydalaniladi.

Hosila tushunchasining kiritilishiga amaliyotning ko‘plab masalalarini yechish turtki bo‘lganidek, integral (aniq va aniqmas) tushunchasining kiritilishiga ham matematika, mexanika, fizika, iqtisodiyot kabi bir qator fanlarning masalalarini yechish turtki bo‘lgan. Masalan, geometriyada turli ko‘rinishdagi egri chiziqli trapetsiyalarning yuzalarini topish, egri chiziq yoyining uzunligini topish, mexanikada o‘zgaruvchan kuchning bajargan ishini topish, notekis harakatda bosib o‘tilgan yo‘lni aniqlash, iqtisodiyotda ishlab chiqarilgan mahsulot hajmini topish kabi masalalar shular jumlasidandir. Bunday masalalar yordamida integral tushunchasi kiritilgandan so‘ng uning yordamida yana ko‘plab amaliy masalalarni yechish mumkin bo‘ladi. Masalan, aniq integral yordamida tekislikdagi egri chiziq yoyining og‘irlik markazi koordinatalarini, tekis shaklning og‘irlik markazini, chiziq, doira va silindrning inersiya momentini topish mumkin. Bu tushunchalar mexanikaning muhim tushunchalari bo‘lib, ular muhandislik masalalarini yechishda muhim ahamiyatga ega.

Funksiya, hosila, integral tushunchalari kabi differensial tenglama tushunchasining kiritilishiga ham matematika, fizika, kimyo, mexanika, biologiya, iqtisodiyot kabi fanlarning masalalarini yechish turtki bo‘lgan. “Differensial tenglamalarni o‘rganish bilan tegishli jarayonlar haqida biror ma’lumotga, tasavvurga ega bo‘lamiz. O‘sha differensial tenglamalar o‘rganilayotgan jarayonning matematik modelidan iborat. Bu model qanchalik mukammal bo‘lsa, differensial tenglamalarni o‘rganish natijasida olingan ma’lumotlar o‘rganilayotgan jarayonlarni shunchalik to‘liq xarakterlaydi. Tabiatda uchraydigan ko‘plab jarayonlar bir xil differensial tenglamalar bilan tavsiflanishi mumkin” [11. B. 4]. Bunda biror matematik modelni to‘la o‘rganish natijasidan tabiatdagi turli jarayonlarni tushuntirishda foydalanish mumkinligi kelib chiqadi. Bu aytilganlardan differensial tenglamalar amaliyotning ko‘plab masalalarini o‘rganishda muhim qurol bo‘lib hisoblanishi kelib chiqadi. Shuning uchun ham oliy o‘quv yurtlarida, ayniqsa, texnik yo‘nalishdagi oliy o‘quv yurtlarida differensial tenglamalarni o‘rganishga alohida ahamiyat berilishi kerak.

Texnik yo‘nalishdagi oliy o‘quv yurtlarida oliy matematika tarkibida o‘qitiladigan ikki va uch o‘lchovli integrallar, egri chiziqli integrallar va sirt integrallarining kiritilishiga ham bir qator amaliy masalalarni yechish turtki bo‘lganligini qayd etish zarur.

Yuqoridagilardan yangi tushunchani kiritishga olib keluvchi masalalar sinfi ancha kengligini ko‘ramiz. Bunday masalalarning barchasini dars jarayonida o‘rganish imkoni yo‘q. Shuning uchun ham o‘qituvchi masala-

larni tanlashda talabalar kelgusida egallaydigan mutaxassislikni e'tiborga olishi, boshqa masalalarni talabalarning mustaqil ta'limiga qoldirishi mumkin. Bunday masalalar yordamida yangi ko'nikmalar shakllantirilgandan so'ng talabalar bilan yana ko'plab amaliy masalalar yechish mumkin. Bunday masalalar odatda yangi tushunchani mustahkamlovchi masalalar deb ataladi. Quyida shu kabi masalalardan namunalar keltiramiz.

1-masala. Massasi $10\ kg$ bo'lgan jism $s(t) = 3t^2 + t - 4$ qonun bo'yicha to'g'ri chiziqli harakat qiladi. Jismning harakat boshlangandan $4s$ o'tgandan keyingi kinetik energiyasini toping.

Yechish. Jism harakati vaqtning *t* paytidagi $v(t)$ tezligi $s(t)$ dan t vaqt bo'yicha olingan hosilaga teng, ya'ni

$$v(t) = s'(t) = (3t^2 + t - 4)' = 6t + 1$$

ga teng. 4s dagi tezligi esa quyidagiga teng bo'ladi:

$$v(4) = (6t + 1)|_{t=4} = 6 \cdot 4 + 1 = 25$$

Jismning $t = 4s$ paytdagi kinetik energiyasi quyidagiga teng bo'ladi:

$$E = \frac{mv^2}{2} = \frac{10 \cdot 25^2}{2} = 5 \cdot 625 = 3125$$

2-masala. Ishchilarga yoqilg'i quyish shohobchasiga yaqin joyda tubi kvadrat shaklidagi, hajmi $216\ m^3$ ga teng, usti ochiq suv saqlash hovuzi tayyorlash topshirildi. Uning davrlari bilan tubini qoplash uchun sarflanadigan material eng kam bo'lishi uchun hovuzning o'lchamlari qanday bo'lishi kerak?

Yechish. Ma'lumki, hovuzning o'lchami deganda biz uning tubining tomonlari va chuqurligini tushunamiz. Hovuz tubining tomonini x bilan, chuqurligini y bilan belgilaymiz. U holda hovuzning tubi tomoni x ga teng kvadratdan, balandligi esa y ga teng bo'lgan to'g'ri burchakli parallelepipeddan iborat va uning hajmi $V = x^2y$ ga teng bo'ladi. Masalaning shartiga asosan $x^2y = 216$ bo'ladi. Hovuz tubi x^2, devorlari $4xy$ yuzaga ega bo'lgani uchun jami $S = x^2 + 4xy$ yuzani material bilan qoplash kerak bo'ladi. Agar biz $x^2y = 216$ dan $y = \frac{216}{x^2}$ ekanligini e'tiborga olsak, material bilan qoplanadigan yuza quyidagiga teng bo'ladi:

$$S = x^2 + 4xy = S = x^2 + 4x \cdot \frac{216}{x^2} = x^2 + \frac{864}{x}.$$

Demak, masala $S = x^2 + \frac{864}{x}$ funksiyaning eng kichik qiymatini topishdan iborat bo'ladi. Buning uchun dastlab $S'(x)$ va $S''(x)$ ni topamiz:

$$S'(x) = \left(x^2 + \frac{864}{x}\right)' = 2x - \frac{864}{x^2};\ S''(x) = \left(2x - \frac{864}{x^2}\right)' = 2 + \frac{1728}{x^3}.$$

$S'(x) = 0$, ya'ni $2x - \frac{864}{x^2} = 0$ dan $2x^3 - 864 = 0, x^3 = 432$ yoki $x = \sqrt[3]{432} = \sqrt[3]{2 \cdot 216} = 6\sqrt[3]{2}$. Bu kritik nuqtadir. Bu nuqtada ikkinchi tartibli hosila $S''\left(6\sqrt[3]{2}\right) = 2 + \frac{1728}{216 \cdot 2} = 2 + \frac{864}{216} = 2 + 4 = 6 > 0$ bo'lgani uchun $S(x) = x^2 + \frac{864}{x}$ funksiya $x = 6\sqrt[3]{2}$ nuqtada eng kichik qiymatga ega bo'ladi.

Demak, hajmi $216\ m^3$ ga teng ochiq hovuzning tubi tomoni $6\sqrt[3]{2}$ metrga teng kvadratdan va chuqurligi $h = \frac{216}{36\sqrt[3]{4}}$ metr bo'lganda uning tubini va devorlarini qoplash uchun eng kam material sarf bo'lar ekan.

3-masala. Ox o'qining yuqorisida joylashgan $x^2 + y^2 = 16$ yarim aylana og'irlik markazining koordinatalari topilsin.

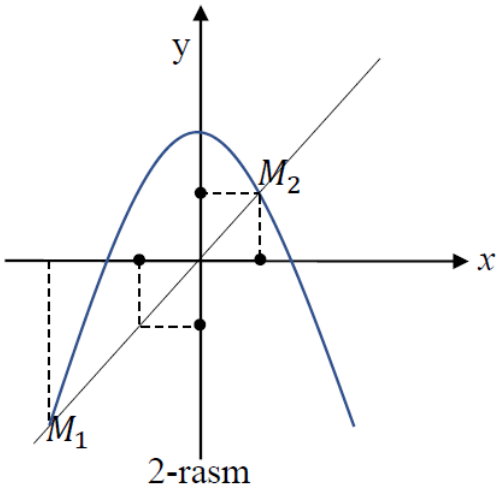
Yechish. Dastlab og'irlik markazi ordinatasini topamiz:

$$x^2 + y^2 = 16, y^2 = 16 - x^2, y = \sqrt{16 - x^2}, y' = -\frac{x}{\sqrt{16 - x^2}},$$

$$ds = \sqrt{1 + (y')^2}dx\,.$$

$$ds = \sqrt{1 + \frac{x^2}{16 - x^2}}dx = \sqrt{\frac{16 - x^2 + x^2}{16 - x^2}}dx = \frac{4dx}{\sqrt{16 - x^2}}.$$

Og‘irlik markazining koordinatalarini topish formulasidan foydalanamiz. U quyidagicha:



2-rasm

$$x_C = \frac{\int_a^b xds}{\int_a^b ds} = \frac{\int_a^b x\sqrt{1 + (y')^2}dx}{\int_a^b \sqrt{1 + (y')^2}dx};\ y_C = \frac{\int_a^b yds}{\int_a^b ds} = \frac{\int_a^b y\sqrt{1 + (y')^2}dx}{\int_a^b \sqrt{1 + (y')^2}dx}.$$

$$y_C = \frac{\int_{-4}^4 \sqrt{16 - x^2} \cdot \frac{4}{\sqrt{16 - x^2}}dx}{\int_{-4}^4 \frac{4}{\sqrt{16 - x^2}}dx} = \frac{4 \cdot \int_{-4}^4 dx}{4 \cdot \int_{-4}^4 \frac{dx}{\sqrt{16 - x^2}}} = \frac{8}{\int_{-4}^4 \frac{dx}{\sqrt{16 - x^2}}};$$

$$\int_{-4}^4 \frac{dx}{\sqrt{16 - x^2}} = \begin{bmatrix} x = 4sint, & x = -4, sint = -1, t = -\frac{\pi}{2} \\ dx = 4costdt, & x = 4, sint = 1, t = \frac{\pi}{2} \end{bmatrix} =$$

$$= \int_{-\pi}^{-\frac{\pi}{2}} \frac{4costdt}{\sqrt{16 - 16sin^2 t}} = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{4costdt}{4cost} = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} dt = t\Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}$$

$$= \frac{\pi}{2} - \left(-\frac{\pi}{2}\right) = \pi.$$

Demak, $y_C = \frac{8}{\int_{-4}^4 \frac{dx}{\sqrt{16 - x^2}}} = \frac{8}{\pi}$.

$x_C = 0$, chunki yarim aylana OY o‘qqa nisbatan simmetrikdir.

4-masala. $y = 2 - x^2, y = x$ egri chiziqlar bilan chegaralangan sohaning yuzi topilsin.

Yechish. Dastlab izlanayotgan sohani tasvirlaymiz. Buning uchun $y = 2 - x^2$, $y = x$ chiziqlarni yasaymiz (2-rasm).

Berilgan chiziqlarning kesishish nuqtalarini topamiz. Buning uchun quyidagi sistemani yechamiz:

$$\begin{cases} y = 2 - x^2 \\ y = x \end{cases}; 2 - x^2 = x, x^2 + x - 2 = 0,$$

$$x_1 = -2, x_2 = 1.$$

$y = x$ bo‘lganligi uchun $y_1 = -2, y_2 = 1$. Demak, kesishish nuqtalari $M_1(-2; -2)$ va $M_2(1; 1)$ lardan iborat. Demak, izlanayotgan yuza quyidagiga teng bo‘ladi:

$$S = \int_{-2}^1 \left(\int_x^{2-x^2} dy \right) dx = \int_{-2}^1 \left(y \Big|_x^{2-x^2} \right) dx = \int_{-2}^1 (2 - x^2 - x)dx =$$

$$= \left(2x - \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2}\right)\Big|_{-2}^1 = \frac{9}{2}.$$

Bu yerda ko‘rib o‘tilgan masalalar kiritilgan yangi tushunchani mustahkamlovchi masalalar bo‘lib, ulardan dastlabki ikkitasi hosila tushunchasini mustahkamlovchi fizik mazmundagi va geometrik bilimlarni talab qiluvchi qurilish sohasiga doir tatbiqiy tabiiy masaladir. Keyingi ikkita masala ikki o‘lchovli integral tushunchasini mustahkamlovchi tatbiqiy masalalar bo‘lib, ulardan birinchisi mexanik mazmundagi, ikkinchisi esa geometrik mazmundagi masaladir. Bu yerda ko‘rib o‘tilgan va ularga o‘xshash masalalarni yechish jarayonida talabalar oliy matematika tarkibida o‘qitiladigan bir qator tushunchalar amaliyotning turli masalalarini yechishda qay darajada muhim ekanligini anglab yetadilar.

Adabiyotlar:

1. O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining “Matematika ta’limi va fanlarini yanada rivojlantirishni davlat tomonidan qo‘llab-quvvatlash, shuningdek, O‘zbekiston Respublikasi fanlar akademiyasining V.I.Romanovskiy nomidagi matematika instituti faoliyatini tubdan takomillashtirish chora-tadbirlari to‘g‘risida”gi qarori, 09.07.2019 yildagi PQ 4387-son. https://lex.uz/docs/-4409503 (Murojaat etilgan sana: 15.01.2024).

2. *Пискунов Н.С.* Дифференциал ва интеграл ҳисоб. 1-қисм. – Тошкент: Ўқитувчи, 1972. – 501 б.

3. *Пискунов Н.С.* Дифференциал ва интеграл ҳисоб. 2-қисм. – Тошкент: Ўқитувчи, 1974. – 614 б.

4. *Xolmurodov Ye., Yusupov A.I.* Oliy matematika. – Toshkent: Noshir, 2013. – 535 b.

5. *Соатов Ё.У.* Олий математика. 3-жилд. – Тошкент: Ўзбекистон, 1996. – 638 б.

6. *Расулов Н.Л., Сафаров И.И., Мухитдинов Р.Т.* Олий математика. – Тошкент: O‘zbekiston Respublikasi Prezidenti devoni Ishlar boshqarmasi bosmaxonasi, 2012. – 512 б.

7. *Зельдович Я.Б., Яглом И.И.* Высшая математика для начинающих физиков и техников. – Москва: Наука, 1982. – 512 с.

8. *Лисичкин В.Т., Соловейчик И.Л.* Математика. – Москва: Высшая школа, 1991. – 480 с.

9. *Зайцев И.А.* Высшая математика. – Москва: Высшая школа, 1991. –400 с.

10. *Салохитдинов М.С., Насритдинов Ғ.Н.* Оддий дифференциал тенгламалар. – Тошкент: Ўзбекистон, 1994. – 383 б.

11. *Пономарев К.К.* Составление и решение дифференциальных уравнений инженерно-технических задач. – Москва: Учпедгиз. 1962. – 183 с.

12. Терешин Н.А. Прикладная направленность школьного курса математики. – Москва: Просвещение, 1990. – 96 с.

ISSUES OF STRENGTHENING THE PRACTICAL DIRECTION OF THE HIGHER MATHEMATICS COURSE TAUGHT IN TECHNICAL HIGHER EDUCATION COUNTRIES

F. Jamolova[1], A. Akhlimirzayev[1], G. Sodikova[1], Sh.B.Akhmedov[1]

Ilmiy xabarnoma. Seriya: Pedagogik tadqiqotlar – Scientific bulletin. Series: Pedagogical Research. 2024. 2 (78). 30-39.

[1]Andijan State University, Andijan, 170100, str., University, 129 (Uzbekistan). E-mail: agsu_info@edu.uz info@tmc.uz

Key words: Function, derivative of a function, limit of a function, indefinite integral, definite integral, differential equation, two-dimensional integral, curve integral, surface integral.

This article is devoted to the practical direction of the higher mathematics course taught in technical higher educational institutions and the issues of its strengthening. It first explains the essence of the concept of the practical direction of teaching mathematics, and it The scientific research works carried out by various methodical scientists have been critically analyzed from a critical point of view.

It is emphasized that applied problems have an important place in strengthening the practical direction of teaching mathematics, and the views of various methodological scientists on the concept of applied problem are stated. In addition, in the article, it is emphasized that the applied problems used in the process of strengthening the practical direction of the higher mathematics course taught in technical higher educational institutions perform educational, educational and developmental functions (tasks) as well as other problems, and they divided into practical issues that lead to the introduction of a new concept and practical issues that strengthen a new concept.

The introduction of a number of concepts in the higher mathematics course taught in technical higher educational institutions: function, derivative, integral, differential equation, multiple, curve and surface integral is justified by the fact that solving various problems of practice was motivated and related to them. examples of problems are presented.

In the article, the role of mathematical, physical, mechanical, technical, economic, etc. issues is extremely important in strengthening the practical direction of the higher mathematics course taught in technical higher educational institutions, and in the process of teaching higher mathematics. it is emphasized that it should be used regularly. At the same time, the following requirements for practical issues are stated in the course of the lesson.

-Selected or structured applied problems should be consistent with the program of higher mathematics;

- The content of applied issues should reflect the latest achievements of science, technology and production;

- In terms of practical issues, there should be no unfamiliar terms for students, and they should be short and understandable, as well as related to the profession that the student will acquire in the future;

- Practical problems based on specific materials should not differ from the problems in the educational literature recommended for the course in terms of difficulty level;

- Among the practical issues, there should be those that reflect the activities of the existing enterprises in the student's place of residence and the specializations that the student will acquire in the future;

- It is possible to solve practical problems only after students acquire sufficient theoretical knowledge on the subject, and so on.

In addition, as an example, several issues of practical content are solved from it.

References:

1. O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining “Matematika ta’limi va fanlarini yanada rivojlantirishni davlat tomonidan qo‘llab-quvvatlash, shuningdek, O‘zbekiston Respublikasi fanlar akademiyasining V.I.Romanovskiy nomidagi matematika instituti faoliyatini tubdan takomillashtirish chora-tadbirlari to‘g‘risida”gi qarori [Decision of the President of the Republic of Uzbekistan. ‘On measures of state support for the further development of mathematical education and science, as well as radical improvement of the activities of the Institute of Mathematics named after V.I.Romanovsky of the Academy of Sciences of the Republic of Uzbekistan’]. PQ No. 4387 of 07.09.2019. https://lex.uz/docs/-4409503 (Date of Access 15.01.2024).

2. Piskunov, N.S. (1972) *Differencial va integral hisob* [Differential and integral calculus]. Part 1. Tashkent: O‘qituvchi.

3. Piskunov, N.S. (1974) *Differencial va integral hisob* [Differential and integral calculus]. Part 2. Tashkent: O‘qituvchi.

4. Xolmurodov, Ye., Yusupov, A.I. (2013) *Oliy matematika* [Higher mathematics]. Tashkent: Noshir.

5. Soatov, Y.U. (1996) *Oliy matematika* [Higher mathematics]. Vol.3. Tashkent: O‘zbekiston.

6. Rasulov, N.L., Safarov, I.I., Muhitdinov, R.T. (2012) *Oliy matematika*. [Higher mathematics]. Tashkent: O‘zbekiston Respublikasi Prezidenti devoni Ishlar boshqarmasi bosmaxonasi.

7. Zeldovich, Y.B., Yaglom, I.I. (1982) *Vysshaya matematika dlya nachinayushchih fizikov i tekhnikov* [Higher mathematics for beginning physicists and technicians]. Moscow: Nauka.

8. Lisichkin, V.T., Solovejchik, I.L. (1991) *Matematika* [Mathematics]. Moscow: Vysshaya shkola.

9. Zajcev, I.A. (1991) *Vysshaya matematika* [Higher mathematics]. Moscow: Vysshaya shkola.

10. Salohitdinov, M.S., Nasritdinov, F.N. (1994) *Oddiy differensial tenglamalar* [Ordinary differential equations]. Tashkent: O‘zbekiston.

11. Ponomarev, K.K. (1962) *Sostavlenie i reshenie differencialnyh uravnenij inzhenerno-tekhnicheskih zadach* [Drawing up and solving differential equations of engineering problems]. Moscow: Uchpedgiz.

12. Tereshin, N.A. (1990) *Prikladnaya napravlennost shkolnogo kursa matematiki* [Applied orientation of the school mathematics course]. Moscow: Prosveshchenie.

Mualliflar haqida ma’lumot:

JAMOLOVA Feruzaxon Tohirjon qizi – Andijon davlat universiteti Mexanika-matematika kafedrasi tayanch doktoranti. E-mail: feruza.xamraqulova@mail.ru

AXLIMIRZAYEV Axmadjon – pedagogika fanlari nomzodi, Andijon davlat universiteti Mexanika-matematika kafedrasi professori. E-mail: a-ahm@mail.ru

SODIQOVA Gulabzaxon Abdumalik qizi – Andijon davlat universiteti Mexanika-matematika kafedrasi tayanch doktoranti. E-mail: sodiqovagulabzaxon@gmail.com

AXMEDOV Sherdor Boxodirovich – Toshkent Technology Texnologiya, menejment va aloqa (TMC) instituti katta o‘qituvchisi. E-mail: axmedovsherdor89@gmail.com